

複合材料疊層圓管之結構最佳化:以微基因演算法為例

曾漢揚、王正賢

E-mail: 9423692@mail.dyu.edu.tw

摘要

複合材料在現今生活上的應用範圍愈來愈廣，但以往大多以複合材料疊層平板為主。然而，複合材料疊層圓管在相關的產業應用上，無論是汽車業、建築業或休閒運動方面，甚至航太產業將都有明顯大量使用的趨勢。目前關於複合材料疊層圓管的研究尚未完善，雖然可利用CAE軟體進行模擬，但對於多層數複合材料圓管其所需運算時間過久。因此，本文將推導複合材料圓管之解析解，利用較短時間快速進行複合材料圓管之變形預測。本文將應用啟發式演算法中的傳統基因演算法(Classical-Genetic Algorithm, CGA)與微基因演算法(Micro-Genetic Algorithm, MGA)來探討複合材料圓管在分別承受軸向拉伸負載與扭轉負載之情況下，其圓管疊層排序(stacking sequence)之最佳化設計。同時利用有限元素法(Finite Element Method)之分析軟體ANSYS來進行複合材料圓管模型化分析驗證。最後對複合材料圓管最佳疊層角度之排序特性進行討論，以改善傳統人工經驗疊層排序法則上的不確定性。

關鍵詞：複合材料圓管；有限元素法；軸向拉伸負載；扭轉負載 扭轉負載 扭轉負載；啟發式演算法；傳統基因演算法；微基因演算法

目錄

目錄封面內頁	簽名頁	授權書	iii	中文摘要	iv	Abstract	v	誌謝	vi	目錄	vii	圖目錄	xi	表目錄	xiv	第一章 緒論	1	1.1 研究背景與動機	1	1.2 研究目的	2	1.3 研究方法	3	1.4 論文章節架構	5	第二章 文獻回顧	6	2.1 複合材料圓管文獻	6	2.2 啟發式演算法文獻	7	第三章 研究方法	8	3.1 複合材料疊層圓管解析解	8	3.1.1 古典層板理論	8	3.1.2 複合材料圓管	13	3.2 破壞準則	16	3.2.1 Tsai-Hill破壞準則	17	3.3 傳統基因演算法	19	3.3.1 步驟程序	21	3.3.2 編碼	21	3.3.3 初始族群	22	3.3.4 適合函數	22	3.3.5 複製	23	3.3.6 交配	23	3.3.7 突變	26	3.4 微基因演算法	26	3.4.1 步驟程序	28	3.4.2 編碼	28	3.4.3 初始族群	29	3.4.4 適合函數	29	3.4.5 複製	29	3.4.6 交配	30	3.4.7 突變	30	3.4.8 收斂與重新出發	30	3.5 CGA與MGA異同比較	31	3.6 演算法最佳化範例	31	3.6.1 傳統基因演算法範例	32	3.6.2 微基因演算法範例	37	第四章 電腦輔助工程模擬分析	42	4.1 ANSYS之有限元素法模擬	42	4.1.1 FEM之模型建立	42	4.1.2 FEM元素選用	43	4.1.3 材料與座標設定	44	4.1.4 邊界條件	46	4.1.5 施加負載	47	4.2 ANSYS之應用範例	49	4.2.1 軸向拉伸範例	49	4.2.2 扭轉範例	51	第五章 結果與討論	54	5.1 定義複合材料圓管參數	54	5.2 解析解與FEM於不同疊層角度之比較分析	56	5.2.1 [/-]s時解析解與FEM之比較	56	5.2.2 [/- /0/90]s時解析解與FEM之比較	59	5.2.3 [/- /0/90]2s時解析解與FEM之比較	61	5.2.4 [/- /0/90]8s時解析解與FEM之比較	64	5.2.5 [/- /0/90]16s時解析解與FEM之比較	66	5.2.6 解析解與FEM比較結果	69	5.3 演算法結果分析	69	5.3.1 搜尋角度為(±30o、0o、90o)ns，不重複	70	5.3.2 搜尋角度為(±45o、0o、90o)ns，不重複	75	5.3.3 搜尋角度為(±60o、0o、90o)ns，不重複	81	5.3.4 搜尋角度為(±45o、0o、90o)ns，可重複	86	5.3.5 搜尋角度為(±45o、0o、90o、±60o、±30o)，完全重複	92	第六章 結論與未來研究方向	100	6.1 結論	100	6.2 未來研究方向	101	參考文獻	102	附錄	106	圖目錄	圖 1 複合材料圓管之應用-單車	2	圖 2 研究流程圖	4	圖 3 座標系統轉換表示圖	11	圖 4 複合材料圓管之座標系統	13	圖 5 複合材料圓管之單層板(Lamina)座標與應力	14	圖 6 傳統基因演算法流程圖	20	圖 7 基因演算法編碼示意圖	22	圖 8 順序交配	24	圖 9 部分對應交配	25	圖 10 循環交配	25	圖 11 微基因演算法流程圖	27	圖 12 [1/ 2/ 3/ 4]s疊層排序示意圖	32	圖 13 適合度值百分比圖(CGA)	34	圖 14 適合度值百分比圖(MGA)	38	圖 15 ANSYS之複合材料疊層圓管模型	43	圖 16 Shell-99薄殼元素[31]	44	圖 17 ANSYS之複合材料疊層圓管網格化模型(/ESHAPE,1)	45	圖 18 有限元素之Element座標	46	圖 19 ANSYS之複合材料疊層圓管邊界固定模型	47	圖 20 ANSYS之複合材料疊層圓管軸向拉伸負載	48	圖 21 ANSYS之複合材料疊層圓管扭轉負載	48	圖 22 軸向拉伸負載應用範例	50	圖 23 軸向拉伸負載變形圖	51	圖 24 扭轉負載應用範例	52	圖 25 扭轉負載變形圖	53	圖 26 內徑與厚度之倍數關係	55	圖 27 長度與內徑之倍數關係	56	圖 28 [/-]s之拉伸負載目標值比較	57	圖 29 [/-]s拉伸負載誤差比較	57	圖 30 [/-]s扭轉負載目標值比較	58	圖 31 [/-]s扭轉負載誤差比較	58	圖 32 [/- /0/90]s拉伸負載目標值比較	59	圖 33 [/- /0/90]s拉伸負載誤差比較	60	圖 34 [/- /0/90]s扭轉負載目標值比較	60	圖 35 [/- /0/90]s扭轉負載誤差比較	61	圖 36 [/- /0/90]2s拉伸負載目標值比較	62	圖 37 [/- /0/90]2s拉伸負載誤差比較	62	圖 38 [/- /0/90]2s扭轉負載目標值比較	63	圖 39 [/- /0/90]2s扭轉負載誤差比較	63	圖 40 [/- /0/90]8s拉伸負載目標值比較	64	圖 41 [/- /0/90]8s拉伸負載誤差比較	65	圖 42 [/- /0/90]8s扭轉負載目標值比較	65	圖 43 [/- /0/90]8s扭轉負載誤差比較	66	圖 44 [/- /0/90]16s拉伸負載目標值比較	67	圖 45 [/- /0/90]16s拉伸負載誤差比較	67	圖 46 [/- /0/90]16s扭轉負載目標值比較	68	圖 47 [/- /0/90]16s扭轉負載誤差比較	68	表目錄	表 1 名詞定義與對照	32	表 2 實數型編碼	33	表 3 編碼與角度排序關係	33	表 4 個別染色體之目標函數值與適合度計算	34	表 5 染色體複製	35	表 6 染色體交配	35	表 7 隨機突變率	36	表 8 突	
--------	-----	-----	-----	------	----	----------	---	----	----	----	-----	-----	----	-----	-----	--------	---	-------------	---	----------	---	----------	---	------------	---	----------	---	--------------	---	--------------	---	----------	---	-----------------	---	--------------	---	--------------	----	----------	----	---------------------	----	-------------	----	------------	----	----------	----	------------	----	------------	----	----------	----	----------	----	----------	----	------------	----	------------	----	----------	----	------------	----	------------	----	----------	----	----------	----	----------	----	---------------	----	-----------------	----	--------------	----	-----------------	----	----------------	----	----------------	----	-------------------	----	----------------	----	---------------	----	---------------	----	------------	----	------------	----	----------------	----	--------------	----	------------	----	-----------	----	----------------	----	-------------------------	----	--------------------------	----	-------------------------------	----	--------------------------------	----	--------------------------------	----	---------------------------------	----	-------------------	----	-------------	----	--------------------------------	----	--------------------------------	----	--------------------------------	----	--------------------------------	----	---	----	---------------	-----	--------	-----	------------	-----	------	-----	----	-----	-----	------------------	---	-----------	---	---------------	----	-----------------	----	-----------------------------	----	----------------	----	----------------	----	----------	----	------------	----	-----------	----	----------------	----	----------------------------	----	--------------------	----	--------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-------------------------------------	----	---------------------	----	---------------------------	----	---------------------------	----	-------------------------	----	-----------------	----	----------------	----	---------------	----	--------------	----	-----------------	----	-----------------	----	------------------------	----	----------------------	----	-----------------------	----	----------------------	----	----------------------------	----	---------------------------	----	----------------------------	----	---------------------------	----	-----------------------------	----	----------------------------	----	-----------------------------	----	----------------------------	----	-----------------------------	----	----------------------------	----	-----------------------------	----	----------------------------	----	------------------------------	----	-----------------------------	----	------------------------------	----	-----------------------------	----	-----	-------------	----	-----------	----	---------------	----	-----------------------	----	-----------	----	-----------	----	-----------	----	-------	--

變 36 表 9 兩代結果比較 36 表 10 編碼與角度排序關係 37 表 11 個別染色體之目標函數值與適合度計算 38 表 12 染色體複製 39 表 13 染色體交配 39 表 14 隨機突變率 40 表 15 突變 40 表 16 兩代結果比較 41 表 17 材料性質係數表 54 表 18 複合材料圓管尺寸表 55 表 19 演算法參數設定 70 表 20 應用傳統基因演算法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 30/0/90]_s$ -角度為不可重複 70 表 21 應用微基因演算法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 30/0/90]_s$ -角度為不可重複 71 表 22 應用窮舉法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 30/0/90]_s$ -角度為不可重複 71 表 23 應用傳統基因演算法於八層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 30/0/90]_{2s}$ -角度為不可重複 71 表 24 應用微基因演算法於八層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 30/0/90]_{2s}$ -角度為不可重複 72 表 25 應用傳統基因演算法於十六層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 30/0/90]_{4s}$ -角度為不可重複 72 表 26 應用微基因演算法於十六層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 30/0/90]_{4s}$ -角度為不可重複 73 表 27 應用傳統基因演算法於三十二層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 30/0/90]_{8s}$ -角度為不可重複 73 表 28 應用微基因演算法於三十二層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 30/0/90]_{8s}$ -角度為不可重複 74 表 29 應用傳統基因演算法於六十四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 30/0/90]_{16s}$ -角度為不可重複 74 表 30 應用微基因演算法於六十四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 30/0/90]_{16s}$ -角度為不可重複 75 表 31 應用傳統基因演算法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_s$ -角度為不可重複 75 表 32 應用微基因演算法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_s$ -角度為不可重複 76 表 33 應用窮舉法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_s$ -角度為不可重複 76 表 34 應用傳統基因演算法於八層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{2s}$ -角度為不可重複 77 表 35 應用微基因演算法於八層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{2s}$ -角度為不可重複 77 表 36 應用傳統基因演算法於十六層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{4s}$ -角度為不可重複 77 表 37 應用微基因演算法於十六層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{4s}$ -角度為不可重複 78 表 38 應用傳統基因演算法於三十二層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{8s}$ -角度為不可重複 78 表 39 應用微基因演算法於三十二層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{8s}$ -角度為不可重複 79 表 40 應用傳統基因演算法於六十四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{16s}$ -角度為不可重複 79 表 41 應用微基因演算法於六十四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{16s}$ -角度為不可重複 79 表 42 角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{ns}$ -不重複-傳統基因演算法與微基因演算法其平均時間、代數與成功率之比較 80 表 43 疊層排序最佳化-解析解演算法與FEM之比較-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{ns}$ -不重複 80 表 44 疊層排序最佳化-解析解演算法與FEM之比較-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{ns}$ -不重複-(續) 81 表 45 應用傳統基因演算法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 60/0/90]_s$ -角度為不可重複 81 表 46 應用微基因演算法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 60/0/90]_s$ -角度為不可重複 82 表 47 應用窮舉法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 60/0/90]_s$ -角度為不可重複 82 表 48 應用傳統基因演算法於八層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 60/0/90]_{2s}$ -角度為不可重複 83 表 49 應用微基因演算法於八層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 60/0/90]_{2s}$ -角度為不可重複 83 表 50 應用傳統基因演算法於十六層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 60/0/90]_{4s}$ -角度為不可重複 83 表 51 應用微基因演算法於十六層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 60/0/90]_{4s}$ -角度為不可重複 84 表 52 應用傳統基因演算法於三十二層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 60/0/90]_{8s}$ -角度為不可重複 84 表 53 應用微基因演算法於三十二層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 60/0/90]_{8s}$ -角度為不可重複 85 表 54 應用傳統基因演算法於六十四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 60/0/90]_{16s}$ -角度為不可重複 85 表 55 應用微基因演算法於六十四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 60/0/90]_{16s}$ -角度為不可重複 86 表 56 應用傳統基因演算法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_s$ -角度為可重複 86 表 57 應用微基因演算法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_s$ -角度為可重複 87 表 58 應用傳統基因演算法於八層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{2s}$ -角度為可重複 87 表 59 應用微基因演算法於八層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{2s}$ -角度為可重複 88 表 60 應用傳統基因演算法於十六層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{4s}$ -角度為可重複 88 表 61 應用微基因演算法於十六層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{4s}$ -角度為可重複 89 表 62 應用傳統基因演算法於三十二層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{8s}$ -角度為可重複 89 表 63 應用微基因演算法於三十二層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{8s}$ -角度為可重複 90 表 64 應用傳統基因演算法於六十四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{16s}$ -角度為可重複 90 表 65 應用微基因演算法於六十四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{16s}$ -角度為可重複 91 表 66 角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{ns}$ -可重複-傳統基因演算法與微基因演算法其平均時間、代數與成功率之比較 91 表 67 疊層排序最佳化-解析解演算法與FEM之比較-角度種類為 $[\pm 45/0/90]_{ns}$ -可重複 92 表 68 應用傳統基因演算法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $(\pm 45o, 0o, 90o, \pm 60o, \pm 30o)$ -角度為完全重複 93 表 69 應用微基因演算法於四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $(\pm 45o, 0o, 90o, \pm 60o, \pm 30o)$ -角度為完全重複 93 表 70 應用傳統基因演算法於八層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $(\pm 45o, 0o, 90o, \pm 60o, \pm 30o)$ -角度為完全重複 94 表 71 應用微基因演算法於八層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $(\pm 45o, 0o, 90o, \pm 60o, \pm 30o)$ -角度為完全重複 94 表 72 應用傳統基因演算法於十六層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $(\pm 45o, 0o, 90o, \pm 60o, \pm 30o)$ -角度為完全重複 95 表 73 應用微基因演算法於十六層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $(\pm 45o, 0o, 90o, \pm 60o, \pm 30o)$ -角度為完全重複 95 表 74 應用傳統基因演算法於三十二層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $(\pm 45o, 0o, 90o, \pm 60o, \pm 30o)$ -角度為完全重複 96 表 75 應用微基因演算法於三十二層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $(\pm 45o, 0o, 90o, \pm 60o, \pm 30o)$ -角度為完全重複 97 表 76 應用傳統基因演算法於六十四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $(\pm 45o, 0o, 90o, \pm 60o, \pm 30o)$ -角度為完全重複 98 表 77 應用微基因演算法於六十四層對稱圓管之最佳化-角度種類為 $(\pm 45o, 0o, 90o, \pm 60o, \pm 30o)$ -角度為完全重複 99

參考文獻

- [1] Lekhnitskii, S.G., Theory of Elasticity of an Anisotropic Body, Mir, Moscow, (1981).
- [2] Ren J.G., "Exact Solution for Laminated Cylindrical Shells in Cylindrical Bending," Composites Science and Technology, Vol. 29, (1987), pp.169-187.
- [3] Varadan TK., and Bhaskar K., "Bending of Laminated Orthotropic Cylindrical Shells-An Elasticity Approach," Composite Structures, Vol. 17, (1991), pp.141-156.
- [4] Blouin F., and Cardou A., "A Study of Helically Reinforced Cylinders Under Axially Symmetric Loads and Application to Strand Mathematical Modeling," International Journal of Solids and Structures, Vol. 25, (1989), pp.189-200.
- [5] Bhaskar K., and Varadan TK., "Exact Elasticity Solution for Laminated Anisotropic Cylindrical Shells," Journal of Applied Mechanics, Vol. 60, (1993), pp.41-47.
- [6] Jolicoeur C., and Cardou A., "Analytical Solution for Bending of Coaxial Orthotropic Cylinders," Journal of Engineering Mechanics, Vol. 120(12), (1994), pp.2556-2574.
- [7] Kollar, L.P., and Springer, G.S., "Stress Analysis of Anisotropic Laminated Cylinders and Cylindrical Segments," International Journal of Solids and Structures, Vol 29, (1992), pp.1499-1517.
- [8] Ting, T.C.T., "Pressuring, Shearing, Torsion and Extension of A Circular Tube or Bar of A Cylindrically Anisotropic Material," Proceedings of the Royal Society of London A452, (1996), pp.2397-2421.
- [9] Chen, T., Chung, C.T., and Lin, W.L., "A Revisit of a Cylindrically Anisotropic Tube Subjected to Pressuring, Shearing, Torsion, Extension and A Uniform Temperature Change," International Journal of Solids and Structures, Vol 37, (2000), pp.5143-5159.
- [10] Zhao Y., and Pang S. S., "Stress-Strain and Failure Analysis of Composite Pipe Under Torsion," Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 117, (1995), pp.273-278.
- [11] 王正賢, 凌國銓, 李永明, "應用有限元素法於複合材料疊層圓管之結構分析與等效性質之計算," ANSYS 研討會, (2004).
- [12] Mnc, A., and Gurba, W., "Genetic Algorithms and Finite Element Analysis in Optimization of Composite Structures," Composite Structures, Vol. 54, (2001), pp.275-281.
- [13] Park, J. H., and Hwang, J. H., Lee, C. S. and Hwang. W., "Stacking Sequence design of Composite Laminates for Maximum Strength Using Genetic Algorithms," Composite and Structures, Vol. 52, (2001), pp.217-231.
- [14] Smith, R. E., "A Technique for The Multi-objective Optimization of Laminated Composite Structures Using Genetic Algorithms and Finite Element Analysis," Composite Structures, Vol. 62, (2003), pp.123-128.
- [15] Peter K. S., "Numerical Optimization Using The Gen4 Micro Genetic Algorithm Code," Draft Manuscript, (2000).
- [16] Jaehong Lee, and Sun-Myung Kim, and Hyo-Seon Park, and Byung-Hun Woo, "Optimum Design of Cold-formed Steel Channel Beams Using Micro Genetic Algorithm," Engineering Structures, Vol. 27, (2005), pp.17-24.
- [17] Ongsakul W., and Tippayachai J., "Micro Genetic Algorithm Based on Migration and Merit Order Loading Solutions to The Constrained Economic Dispatch Problems," Electrical Power and Energy Systems, Vol. 24, (2002), pp.223-231.
- [18] Ronald F. Gibson, Principles of Composite Material Mechanics, (1994).
- [19] Tsai, S. W., Composite Design, 4th end, Think Composites, Dayton, (1998).
- [20] Niu, M. C. -Y., Composite Airframe Structures, (1992).
- [21] Vinson JR., The Behavior of Shells Composed of Isotropic and Composite Materials, Dordrecht: Kluwer Academic, (1993).
- [22] Higdon, A., Ohlsen, and E. H., Stiles, and W. B., Weese, J. A., and Riley, W. F., Mechanics of Materials, 3d ed, John Wiley & Sons, New York (1976).
- [23] Hill, R., "A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Materials," Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. 193, (1948), pp.281-297.
- [24] Tsai, S. W., "Strength Theories of Filamentary Structures", in R. T. Schwartz and H. S. Schwartz (eds.), Fundamental Aspects of Fiber Reinforced Plastic Composite, 3-11, Chap. 1, Wiley Interscience, New York (1968).
- [25] Holland, J., Adaptation in Natural and Artificial System, Ann Arbor: University of Michigan Press, (1975).
- [26] Ansari, N. and Hou, E., "Computational Intelligence for Optimization," Kluwer Academic, Boston, MA, (1999).
- [27] Krishnakumar, K., "Micro-Genetic Algorithm for Stationary and Non-Stationary Function Optimization," SPIE 1196, Intelligent Control and Adaptive Systems, (1989), pp.289-296.
- [28] Goldberg, and D. E., Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley, Reading, MA, (1989).
- [29] Senecal P. K., "Numerical Optimization using the Gen4 Micro-Genetic Algorithm", Engine Research Center, University of Wisconsin-Madison, August, (2000).
- [30] David E., and Goldberg, and Robert Lingle, Jr. Alleles, loci, and the traveling salesman problem. In John J. Greffenstette, editor, "Proceedings of the first International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications," Lawrence Erlbaum Associates, (1985), pp.150-154.
- [31] 電腦輔助軟體ANSYS-8.0, Online-Help.