

Vibration analysis of a cracked simply supported beam with a moving load of constant speed

顏肇賢、林海平

E-mail: 9419904@mail.dyu.edu.tw

ABSTRACT

In this study, a hybrid numerical/analytical method that permit the efficient calculation of dynamic characteristics of a cracked simply supported beam with a moving load of constant speed is presented. First, assuming the beam obeying the Euler-Bernoulli beam theory, the equation of motion of the system is derived. By using the transfer matrix method, eigensolutions (natural frequencies and mode shapes) of the cracked system can be determined. Forced response of the moving load can be obtained by model expansion theory. Some numerical results are calculated and compared with the previous researches.

Keywords : Euler-Bernoulli, transfer matrix, eigensolutions, model expansion theory

Table of Contents

目錄 封面內頁 簽名頁 授權書 iii 中文摘要 v 英文摘要 vi 誌謝 vii 目錄 viii 圖目錄 x 表目錄 xii 符號說明 xiii 第一章 緒論 1 1.1 前言 1 1.2 文獻回顧 2 1.2.1 有關含破壞點之Euler-Bernoulli 樑理論的文獻 3 1.2.2 有關含破壞點與移動負荷之Euler 樑理論的文獻 5 1.3 研究目標 7 1.4 本文架構 9 第二章 研究方法 10 2.1 分析研究步驟 11 2.2 Euler-Bernoulli 樑之運動方程式[1][2] 12 2.3 含有破壞點之Euler-Bernoulli 樑[11-13] 16 2.4 樑之各種邊界條件之介紹[1][2][3][17] 18 2.5 破裂處情形之介紹[7] 20 2.6 計算單破壞點之簡支樑系統之特徵值[11][12] 22 2.6.1 變數變換處理 22 2.6.2 變數分離處理 23 2.6.3 計算特徵值 25 2.7 其他不同形式之邊界矩陣與特徵值[17] 29 2.8 樑側向振動之強制振動分析[1][2] 35 第三章 移動負荷分析 38 3.1 分析具單一等速移動負荷之損傷樑 38 3.2 分析具兩個等速移動負荷之破壞樑 42 3.3 側向位移響應的收斂性情形與 r 值的關係 47 第四章 數值分析結果與討論 49 4.1 理論數值分析與文獻互相驗證 49 4.2 單一移動負荷與兩個移動負荷之理論數值分析 52 4.2.1 單一移動負荷之理論數值分析 53 4.2.2 兩個移動負荷之理論數值分析 65 第五章 結論與建議 69 5.1 結論 69 5.2 建議 71 參考文獻 72 圖目錄 圖2.1 研究進行步驟流程圖 11 圖2.2 Euler-Bernoulli 樑上截面積變化之示意圖[1] 12 圖2.3 樑元素之自由體圖平衡狀態[1] 13 圖2.4 具破壞點之Euler-Bernoulli 樑之示意圖[13] 16 圖2.5 一般常見之邊界情形[17] 18 圖2.6 各種邊界情形所考量的因素[17] 19 圖2.7 破裂點在樑之單側[7] 21 圖2.8 破裂點在樑之兩側[7] 21 圖2.9 具固定負荷與破壞點之Euler-Bernoulli 樑之示意圖[1] 35 圖3.1 具單一移動負荷與破壞點之Euler 樑之示意圖 38 圖3.2 兩軸車輛橫過單一破壞點之Euler 樑之示意圖 43 圖3.3 具兩個移動負荷與破壞點之Euler 樑之示意圖 43 圖3.4 系統側向位移響應的收斂性情形 48 圖4.1 速度影響之下均勻樑中間點的時間位移響應；moving load ($v = 0$)，moving load ($v = 0.5$)[22] 50 圖4.2 不同速度之下，均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 0$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 52$ 圖4.3 不同速度下，破裂深度改變，均勻樑中間點時間位移響應，破裂位置位於 $0.3 L = m$ 57 圖4.4 不同速度下，破裂深度改變對，均勻樑中間點的時間位移響應，破裂位置位於 $0.5 L = m$ 58 圖4.5 不同破裂深度下，改變移動負荷的速度，均勻樑中間點的時間位移響應，破裂位置位於 $0.3 L = m$ 62 圖4.6 不同破裂深度下，改變移動負荷的速度，均勻樑中間點的時間位移響應，破裂位置位於 $0.5 L = m$ 63 圖4.7 不同的破裂深度和移動負荷速度之下，改變其破裂點的位置，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $0.3 L = m$ ，虛線代表 $0.5 L = m$ 64 圖4.8 破裂點的位置位於 $0.5 L = \text{公尺}$ ，破裂深度比值是 $v / 0.5 \text{ a} H = 0.5$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 0.5$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 8$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 8$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 16$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 16$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 32$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 32$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 64$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 64$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 128$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 128$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 256$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 256$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 512$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 512$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1024$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1024$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2048$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2048$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4096$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4096$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 8192$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 8192$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 16384$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 16384$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 32768$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 32768$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 65536$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 65536$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 131072$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 131072$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 262144$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 262144$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 524288$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 524288$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1048576$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1048576$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2097152$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2097152$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4194304$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4194304$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 8388608$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 8388608$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 16777216$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 16777216$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 33554432$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 33554432$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 67108864$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 67108864$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 134217728$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 134217728$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 268435456$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 268435456$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 536870912$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 536870912$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1073741824$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1073741824$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2147483648$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2147483648$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4294967296$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4294967296$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 8589934592$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 8589934592$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 17179869184$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 17179869184$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 34359738368$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 34359738368$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 68719476736$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 68719476736$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 137438953472$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 137438953472$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 274877906944$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 274877906944$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 549755813888$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 549755813888$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1099511627776$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1099511627776$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2199023255552$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2199023255552$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4398046511104$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4398046511104$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 8796093022208$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 8796093022208$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 17592186044416$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 17592186044416$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 35184372088832$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 35184372088832$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 70368744177664$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 70368744177664$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 140737488355328$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 140737488355328$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 281474976710656$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 281474976710656$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 562949953421312$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 562949953421312$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1125899906842624$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1125899906842624$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2251799813685248$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2251799813685248$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4503599627370496$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4503599627370496$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 9007199254740992$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 9007199254740992$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 18014398509481984$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 18014398509481984$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 36028797018963968$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 36028797018963968$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 72057594037927936$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 72057594037927936$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 144115188075859672$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 144115188075859672$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 288230376151719344$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 288230376151719344$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 576460752303438688$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 576460752303438688$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1152921504606877376$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1152921504606877376$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2305843009213754752$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2305843009213754752$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4611686018427509504$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4611686018427509504$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 9223372036855019008$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 9223372036855019008$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 18446744073710038016$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 18446744073710038016$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 36893488147420076032$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 36893488147420076032$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 73786976294840152064$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 73786976294840152064$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 147573952589680304128$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 147573952589680304128$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 295147905179360608256$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 295147905179360608256$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 590295810358721216512$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 590295810358721216512$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1180591620717442432024$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1180591620717442432024$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2361183241434884864048$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2361183241434884864048$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4722366482869769728096$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4722366482869769728096$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 9444732965739539456192$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 9444732965739539456192$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 18889465931479078912384$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 18889465931479078912384$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 37778931862958157824768$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 37778931862958157824768$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 75557863725916315649536$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 75557863725916315649536$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 151115727451832631299072$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 151115727451832631299072$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 302231454903665262598144$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 302231454903665262598144$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 604462909807330525196288$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 604462909807330525196288$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1208925819614661050392576$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 1208925819614661050392576$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2417851639229322100785152$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 2417851639229322100785152$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4835703278458644201570304$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 4835703278458644201570304$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 9671406556917288403140608$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 9671406556917288403140608$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 19342813113834576806281216$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 19342813113834576806281216$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 38685626227669153612562432$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 38685626227669153612562432$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 77371252455338307225124864$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 77371252455338307225124864$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 15474250491067661445024972$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 15474250491067661445024972$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 30948500982135322890049944$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 30948500982135322890049944$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 61897001964270645780099888$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 61897001964270645780099888$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 123794003928541291560199776$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 123794003928541291560199776$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 247588007857082583120399552$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 247588007857082583120399552$ ，虛線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 495176015714165166240799104$ 時，改變負荷間的距離，其均勻樑中間點的時間位移響應，實線代表 $v / 0.5 \text{ a} H = 495176015714165166240799104$ ，虛線代表 $v / 0$

- [4] Y. Narkis, " Identification of crack location in vibrating simply-supported beams, " Journal of sound and vibration, 172(4), pp.549-558, 1994.
- [5] Y. Narkis and E. Elmalah, " Crack identification in a cantilever beam under uncertain end condition, " Journal of mechanics and sciences, 38(5), pp.499-507, 1996.
- [6] S.H. Farghaly, " Comment and future results on analysis of the effect of cracks on the natural frequency of a cantilever beam, " Journal of sound and vibration, 169(5), pp.704-708, 1994.
- [7] A.D. Dimarogons, " Vibration of cracked structures: A state of the art review, " Engineering fracture mechanics, 55(5), pp.831-857, 1996.
- [8] S. Masoud, M.A. Jarrah and M.Al. Maamory, " Effect of crack depth on the natural frequency of a prestressed Fixed-Fixed Beam, " Journal of sound and vibration, 214(2), pp.201-212, 1998.
- [9] M. Boltezar, B. Strancar and A. Kuhelj, " Identification of transverse crack location in flexural vibration of free-free beam, " Journal of sound and vibration, 211(5), pp.729-734, 1998.
- [10] A.P. Bovsunovsky and V.V. Matveev, " Analytical approach to the determination of dynamic characteristics of A beam with a closing crack, " Journal of sound and vibration, 235(3), pp.415-434, 2000.
- [11] H.P. Lin and C.K. Chen, " Analysis of cracked beam by transfer matrix method, " The 25th national conference on theoretical and applied mechanics, 2001.
- [12] H.P. Lin, S.C. Chang and J.D. Wu, " Beam vibration with an arbitrary number of cracks, " Journal of sound and vibration, 258(5), pp.987-999, 2002.
- [13] H.P. Lin, " Direct and inverse methods on free vibration analysis of simply supported beams with a crack, " Engineering structures, 26, pp.427-436, 2004.
- [14] Y. Bamnios, E. Douka and A. Trochidis, " Crack identification in beam structures using FEM, " Journal of sound and vibration, 256(2), pp.287-297, 2002.
- [15] J.K. Sinha, M.I. Friswell and S. Edwards, " Simplified models for the location of cracks in beam structures using measured, " Journal of sound and vibration, 251(1), pp. 13-38, 2002.
- [16] M.H.F. Dado and O. Abuzeid, " Coupled transverse and axial vibratory behavior of cracked beam with end mass and rotary inertia, " Journal of sound and vibration, 261, pp.675-696, 2003.
- [17] 劉錦源 , “用轉移矩陣法做破壞樑結構之振動分析與研究 , ”大葉大學車輛工程學系碩士班碩士論文 , 2003.
- [18] C. Bilello and L.A. Bergman, " Vibration of damaged beams under a moving mass: Theory and experimental validation, " Journal of sound and vibration, 274, PP.567-582, 2004.
- [19] A.N. Yanmeni Wayou, R. Tchoukuegno and P. Woaf, " Non-linear dynamics of elastic beam under moving loads, " Journal of sound and vibration, 273, PP.1101-1108, 2004.
- [20] Y.-B. Yang, C.W. Lin and J.D. Yau, " Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle, " Journal of sound and vibration, 272, PP.471-493, 2004.
- [21] M. Ichikawa, Y. Miyakawa, and A. Matsuda, " Vibration analysis of the continuous beam subjected to a moving mass, " Journal of sound and vibration, 230(3), PP.493-506, 2000.
- [22] M.A. Mahmoud and M.A. AbouZaid, " Dynamic response of a beam with a crack subject to a moving mass, " Journal of sound and vibration, 256(4), PP.591-603, 2002.
- [23] S.S. Law and X.Q. Zhu, " Study on different beam models in moving force identification, " Journal of sound and vibration, 234(4), PP.661-679, 2000.
- [24] G.T. Michaltsos, " Dynamic behaviour of a single-span beam subjected to loads moving with variable speeds, " Journal of sound and vibration, 258(2), PP.359-372, 2002.
- [25] M.A. Foda and Z. Abduljabbar, " A dynamic Green function formulation for the response of a beam structure to a moving mass, " Journal of sound and vibration, 210(3), PP.295-306, 1998.
- [26] 李宜達等人 , “ MATLAB 在工程上的應用 , ”全華科技圖書股份有限公司 , 2000.
- [27] 黃俊銘 , “ 數值方法-使用MATLAB 程式語言 , ”全華科技圖書股份有限公司 , 2001.