

以層間應力連續理論作脫層積層板之模態

蔡其宏、李春穎

E-mail: 9314607@mail.dyu.edu.tw

摘要

由於複材積層板在厚度方向上強度較差，尤其是在層間介面上，因此，積層板在層與層間的層間應力，一直是設計分析時最關注之焦點。此一強度較弱之介面，常於受力時形成脫層破壞。本研究即針對此一問題，應用層間應力連續理論，推導具有線性介面滑移之複材積層板結構在圓柱彎曲受力或控制變形下之理論模式，並用漢米爾頓原理推導建立其有限元素模型。由於此廣義之層間應力連續理論其位移場已滿足層間應力連續之條件，因此所有在此之三個應力分量皆可以直接由材料之組成律求得。研究中以正交積層板在不同介面滑移常數、不同介面滑移位置下，前三個共振模態頻率之改變情形，數值實例結果驗證本理論之正確性，且介面瑕疵對較高階模態之共振頻率影響較低階模態為大，而瑕疵在節點位置對該模態之共振頻率影響最大。

關鍵詞：層間應力連續理論，動態層間應力，線性介面滑移

目錄

封面內頁 簽名頁 授權書 iii 中文摘要 v 英文摘要 vi 誌謝 vii 目錄 viii 圖目錄 x 表目錄 xiv 符號說明 xv 第一章 緒論 1 1.1 前言 1 1.2 複合材料概述 2 1.3 研究動機與目的 5 1.4 內容概述 8 第二章 文獻回顧 9 第三章 理論推導 12 3.1 位移場 12 3.2 應變能與外力勢能 21 3.3 動能 21 3.4 系統之運動方程式 22 3.5 有限元方程式推導 22 3.6 靜態近真解推導 23 3.7 動態方程式之求解 23 第四章 數值實例與討論 25 4.1 初步數值實例與結果 25 4.2 積層板常數對積層板應力與變形之影響 25 4.3 瑕疵對局部瑕疵對積層板應力之影響 29 4.4 介面滑移常數對積層板模態共振頻率之影響 32 4.5 瑕疵位置與共振頻率之關係 46 4.6 不同堆疊之共振頻率比較 46 第五章 結論及建議 48 5.1 結論 48 5.2 後續研究方向 48 參考文獻 50 圖目錄 圖3.1 積層板結構在圓柱彎曲下之幾何形狀示意圖 12 圖3.2 積層板厚度層間未滿足層間應力連續之位移分量示意圖 13 圖3.3 積層板厚度層間化簡後之位移場示意圖 19 圖4.1 細長比S為4之[0]簡支積層板在承受正弦分佈負載下，其跨距中點之橫向位移隨厚度中間介面滑移常數之變化情形 27 圖4.2 細長比S為4之[0]簡支積層板在承受正弦分佈負載下，其簡支端點之橫向剪應力厚度分佈隨厚度中間介面滑移常數之變化情形 27 圖4.3 細長比S為4之[0]簡支積層板在承受正弦分佈負載下，其跨距中點之面上正向應力厚度分佈隨厚度中間介面滑移常數之變化情形 28 圖4.4 細長比S為4之[0]簡支積層板在承受正弦分佈負載下，其跨距中點之橫向正向應力厚度分佈隨厚度中間介面滑移常數之變化情形 28 圖4.5 在跨距中間承受單位集中側向負載之簡支[0/90/90/0]、S=10積層板，其厚度方向剪應力隨節點位置變化情形，第5與第6節點間元素在中面上有 $D_s=D_n=1.0 \times 10^{-6}$ 之介面瑕疵 30 圖4.6 在跨距中間承受單位集中側向負載之簡支[0/0/90/90]、S=10積層板，其厚度方向剪應力隨節點位置變化情形，第5與第6節點間元素在中面上有 $D_s=D_n=1.0 \times 10^{-6}$ 之介面瑕疵 30 圖4.7 細長比為10之簡支積層板在承受跨距中點集中負載時，支撐端中面層間剪應力隨著不同瑕疵元素位置之變化情形 31 圖4.8 細長比S為5之[90/0]簡支積層板在不同中間介面滑移常數之頻率響應函數 32 圖4.9 細長比S為5之[90/0]簡支積層板在不同中間介面滑移常數下之前兩個模態的共振頻率 33 圖4.10 細長比S=10之[0/90/90/0]簡支撐積層板中點施力所得之頻率響應函數 35 圖4.11 為相同之介面滑移常數不同滑移介面位置時，所得之頻率響應函數 35 圖4.12 [0/90/90/0]第一層有瑕疵之頻率響應的第一模態與完美接著之比較 36 圖4.13 [0/90/90/0]第一層有瑕疵之頻率響應的第二模態頻率與完美接著之比較 36 圖4.14 [0/90/90/0]第一層有瑕疵之頻率響應的第三模態頻率與完美接著之比較 37 圖4.15 為將完美接著與分別在各個元素依序具有瑕疵之構件作比較 37 圖4.16 [0/90/90/0]中間層有瑕疵之第一模態頻率與完美接著之比較 38 圖4.17 [0/90/90/0]第中間層介面有瑕疵之二模態頻率與完美接著之比較 38 圖4.18 [0/90/90/0]中間層介面有瑕疵的第三模態頻率與完美接著之比較 39 圖4.19 當瑕疵介面位置相同而介面滑移常數增大時之頻率響應函數 39 圖4.20 為以細長比S=10之[0/0/0/0]簡支撐積層板，中間介面滑移常數 $D_s=D_n=0$ 亦即完美接著情形下之頻率響應函數 41 圖4.21 為依序在各元素上施以相同之介面滑移常數所得之頻率響應函數圖形 41 圖4.22 為取自圖4.21中[0/0/0/0]第一層有瑕疵之頻率響應的第一模態完美接著之比較 42 圖4.23 為取自圖4.21的第二模態頻率與完美接著之比較 42 圖4.24 為取自圖4.21的第三模態頻率與完美接著之比較 43 圖4.25 為將完美接著與分別在各個元素依序具有瑕疵之構件作比較 43 圖4.26 為取自圖4.25[0/0/0/0]在中間層有瑕疵之第一模態與完美接著之比較，在支撐點頻率較低 44 圖4.27 為取自圖4.25之第二模態頻率與完美接著之比較 44 圖4.28 為取自圖4.25之第三模態頻率與完美接著之比較 45 圖4.29 為將完美接著與分別在各個元素依序具有瑕疵知構件作比較，可知完美接著結構之靜態剛性皆較有瑕疵情況者為佳 45 表目錄 表1 複合材料應用例 4 符號說明

參考文獻

- [1]梁雅卿, <http://www.tmmfa.org.tw/magazine/出版刊物/第21期/2112.htm> [2]W. J. Cantwell, and J. Morton, "The Significance of Damage and -Defects and Their Detection in Composite Materials: A Review," *Journal of Strain Analysis*, 1992, Vol. 27, No. 1, pp.29-42.
- [3]E. Carrera, "A Priori vs A Posteriori Evaluation of Transverse -Stresses in Multilayered Orthotropic Plates," *Composite -Structures*, 2000, Vol.48, pp.245-260.
- [4]T. Kant and K. Swaminathan, "Estimation of Transverse/ -Interlaminar Stresses in Laminated Composites – Selective -Review and Survey of Current Development," *Composite -Structures*, 2000, Vol.49, pp.65-75.
- [5]J. N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates – Theory -and Analysis*, CRC Press, 1997.
- [6]H. Murakami, "Laminated Composite Plate Theory with -Improved In-Plate Response," *Journal of Applied Mechanics*, -1986, Vol.53, pp.661-666.
- [7]M. DiSciuva, "A General Quadrilateral Multilayered Plate -Element with Continuous Interlaminar Stresses," *Computers and -Structures*, 1993, Vol.47, No.1, pp.91.
- [8]C.Y. Lee and D. Liu, "An Interlaminar Stress Continuity Theory -for Laminated Composite Analysis," *Computers and Structures*, -1992, Vol.42, pp.59-78.
- [9]C. Y. Lee and C. H. Shu, "Layer Reductio n Technique in the -Interlaminar Shear Stress Analysis of Laminated Cylindrical -Shells" , *The Journal of the Chinese Society of Mechanical -Engineers*, 1998, Vol.19, No.4, pp.433-439.
- [10]C. Y. Lee and J. M. Chen, "Interlaminar Shear Stress Analysis of -Composite Laminate with Layer Reduction Technique," *-International Journal for Numerical Methods in Engineering*, -1996, Vol.39, pp.847-865.
- [11]D. Liu, L. Xu, and X. Lu, "Stress Analysis of Imperfect -Composite Laminates with an Interlaminar Bonding Theory," *-International Journal of Numerical Methods in Engineering*, -1994, Vol.37, pp.2819- 2839.
- [12]T. O. Williams, and F. L. Addessio, "A General Theory for -Laminated Plates with Delaminations," *International Journal of -Solids and Structures*, 1997, Vol. 34, No. 16, pp.2003-2024.
- [13]A. Needleman, "An Analysis of Decohesion along An Imperfect -Interface," *International Journal of Fracture*, 1990, Vol. 42, -pp.21-40 [14]張石平、李春穎、劉達新, "層間應力連續理論用於脫層積層板之圓柱彎曲分析", 2003, 中華民國第二十七屆全國力學會 議論文集, 論文編號E178.
- [15]N. J. Salamon, "An Assessment of the Interlaminar Stress -Problem in Laminated Composites," *Journal of Composite -Materials Supplement*, 1980, Vol. 14, pp.177-194.
- [16]R. S. Sandhu, W. E. Wolfe, R. L. Sierakowski, C. C. Chang, and -H. R. Chu, "Finite Element Analysis of Free-Edge Delamination -in Laminated Composite Specimens," *U.S. Air Force Wright -Laboratory Report*, 1991, WL-TR-91-3022.
- [17]N. J. Pagano, "Influence of Shear Coupling in Cylindrical -Bending of Anisotropic Laminates," *Journal of Composite -Materials*, 1970, Vol. 4, pp.330-343.
- [18]R.B. Pipes, "Interlaminar Stresses in Composite Laminates," -Technical Report, 1972, AFML-TR-72-18.
- [19]S. Tang, "A Boundary Layer Theory – Part I: Laminated -Composites in Plane Stress," *Journal of Composite Materials*, -1971, Vol.9, pp. 33-41.
- [20]S. Tang and A. Levy, "A Boundary Layer Theory – Part 2: -Extension of Laminate Finite Strip," *Journal of Composite -Materials*, 1975, Vol. 9, pp. 42-52.
- [21]A. S. Wang, and F. W. Crossman, "Edge Effects on Laterally -Thermally Induced Stresses in Composite Laminates," *Journal of -Composite Materials*, 1977, Vol. 11, pp.300-312.
- [22]A. S. Wang, and F. W. Crossman, "Some New Results on Edge -Effect in Symmetric Composite Laminates," *Journal of -Composite Materials*, 1977, Vol. 11, pp.92-106.
- [23]C. T. Herakovich, A. Nagarkar, and O. D. A. Brien, "Failure -Analysis of Composite Laminates with Free Edge, Modern -Development in Composite Materials and Structures," in Vinson, -J. R. Ed., *American Society of Mechanical Engineers* , 1979 -pp.53-66.
- [24]I. S. Raju, and J. H. Jr. Crew, "Interlaminar Stress Singularities at -a Straight Free Edge in Composite Laminates," *Computers and -Structures*, 1981, Vol. 14, pp.21-28.
- [25]I. S. Raju, J. D. Whitcomb, and J. G. Goree, "A New Look at -Numerical Analysis of Free-Edge Stresses in Composite -Laminates," 1980, NASA TP-1751.
- [26]R. B. Pipes, B. E. Kaminski, and N. J. Pagano, "The Influence of -the Free-Edge upon the Strength of Angle-Ply -Laminates," *ASME STR-521, The Test Methods for High -Modules Fibers and Composites*, 1972, pp.218-228.
- [27]C. Kassapoglou, and P. A. Lagace, "Closed Form Solutions for -the Interlaminar Stress Field in Angle-Ply and Cross-Ply -Laminates," *Journal of Composite Materials*, 1987, Vol.21, -pp.292-308.
- [28]P. R. Heyliger, and J. N. Reddy, "Reduction of Free-Edge Stress -Concentration," *Journal of Applied Mechanics*, 1985, Vol.52, -pp.801-805.
- [29]W. E. Howard, T. Gossard, and R. M. Jones, "Composite -Laminate Free-Edge Reinforcement with U-Shape Caps, Part I: -Stress Analysis , " 1989, *AIAA Journal*, pp.610-616.